情報セキュリティ

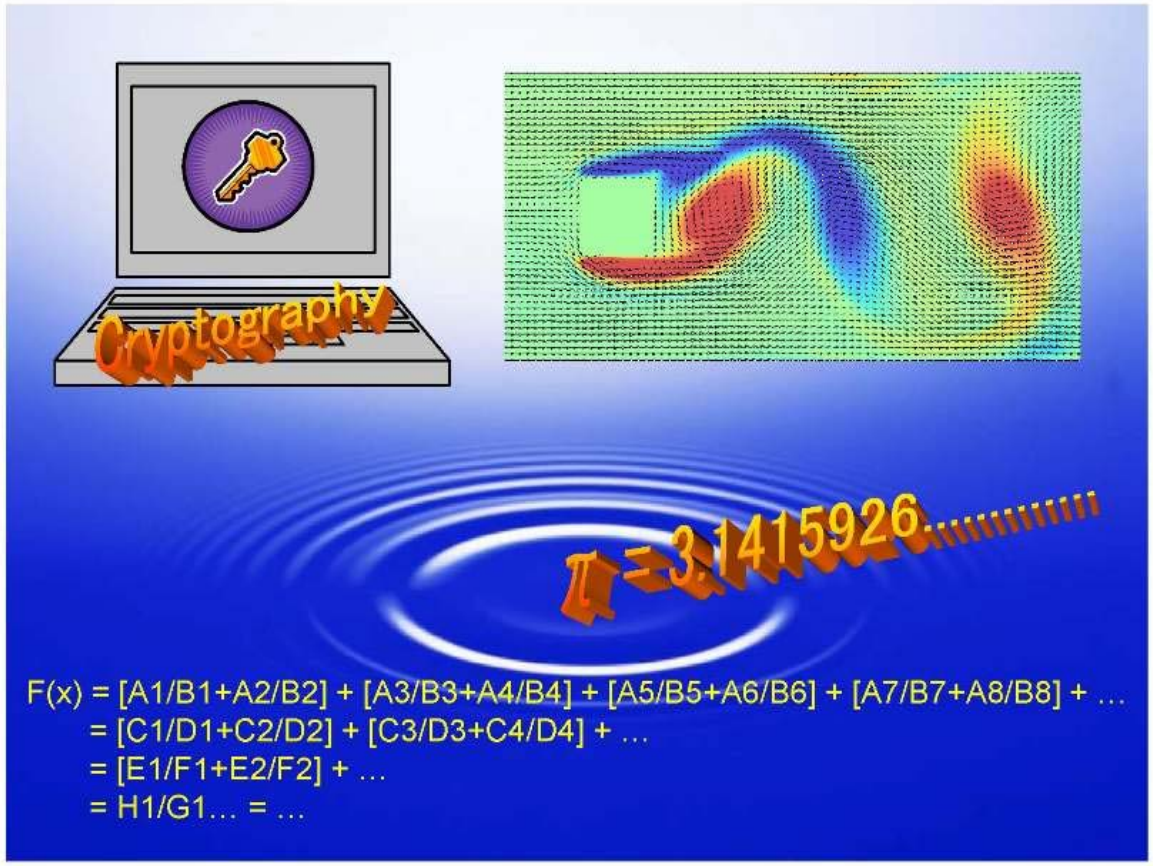
インターネットで安全に情報交換するための暗号技術について

2007年9月22日
基礎セミナー(7/22)の資料をそのまま使用

東京工芸大学 工学部 コンピュータ応用学科
数値シミュレーション研究室
後 保範 (Ushiro Yasunori)

目　次

1. 数値シミュレーション研究室



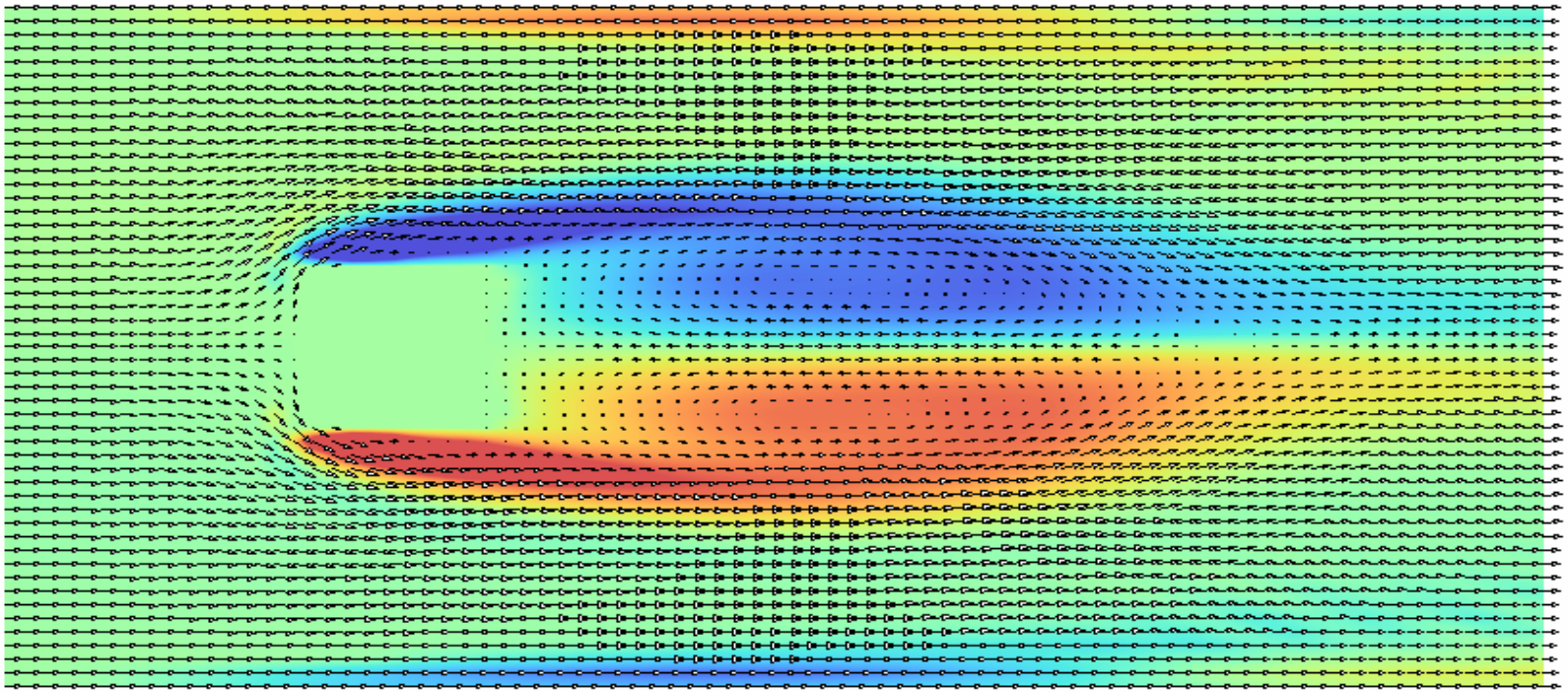
1.1 研究室の研究内容

(1) 物理現象の数値シミュレーション
流れ解析、行列計算、並列計算

(2) 電子社会の安全を保つ暗号技術
暗号の仕組み、RSA暗号計算、
多数桁計算(2002年にπ1.2兆桁の世界記録)

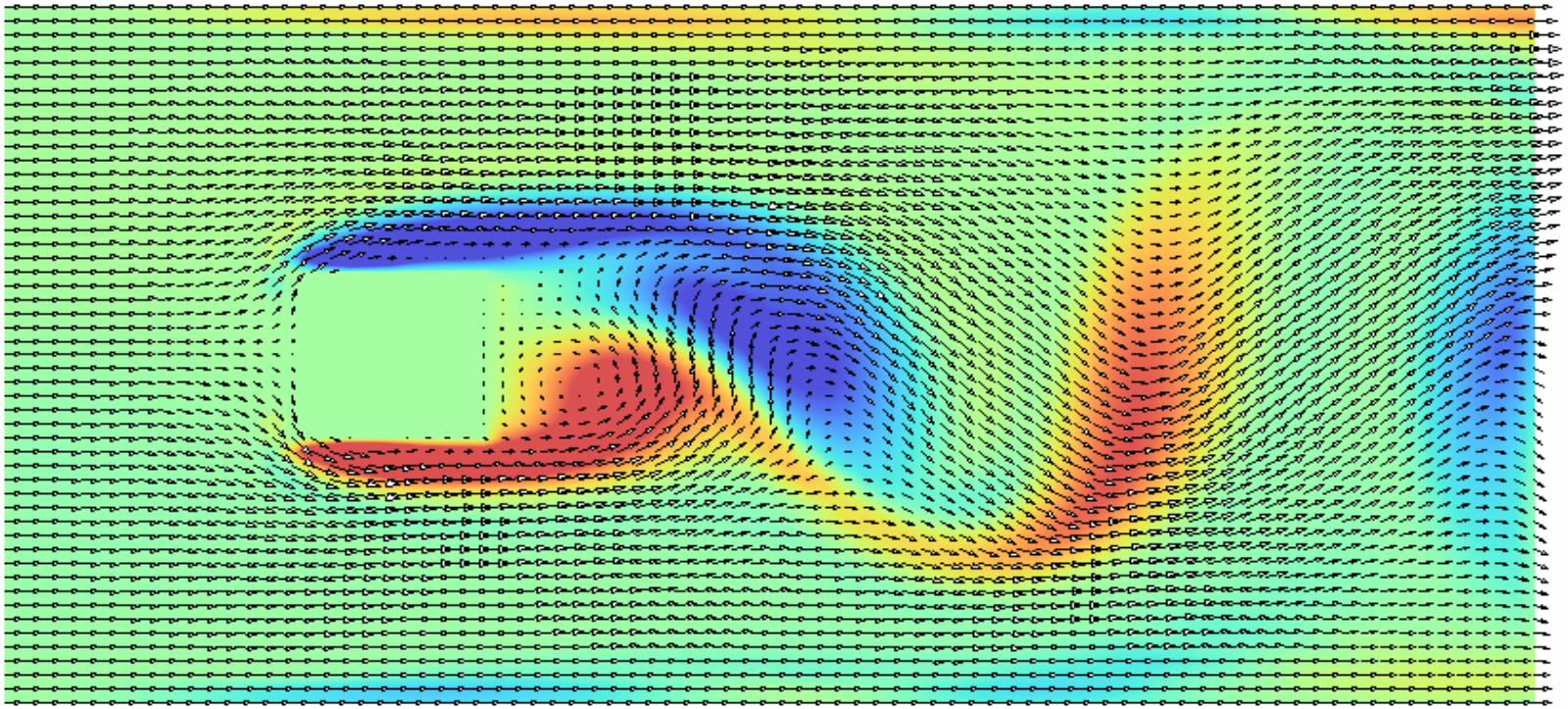
(3) 数学的手法を用いた投資分析
投資の統計処理、最小二乗近似、
テクニカル分析

1.2 流れ解析の例(1/2)



角柱の周りの流れ解析：カルマン渦の発生原因

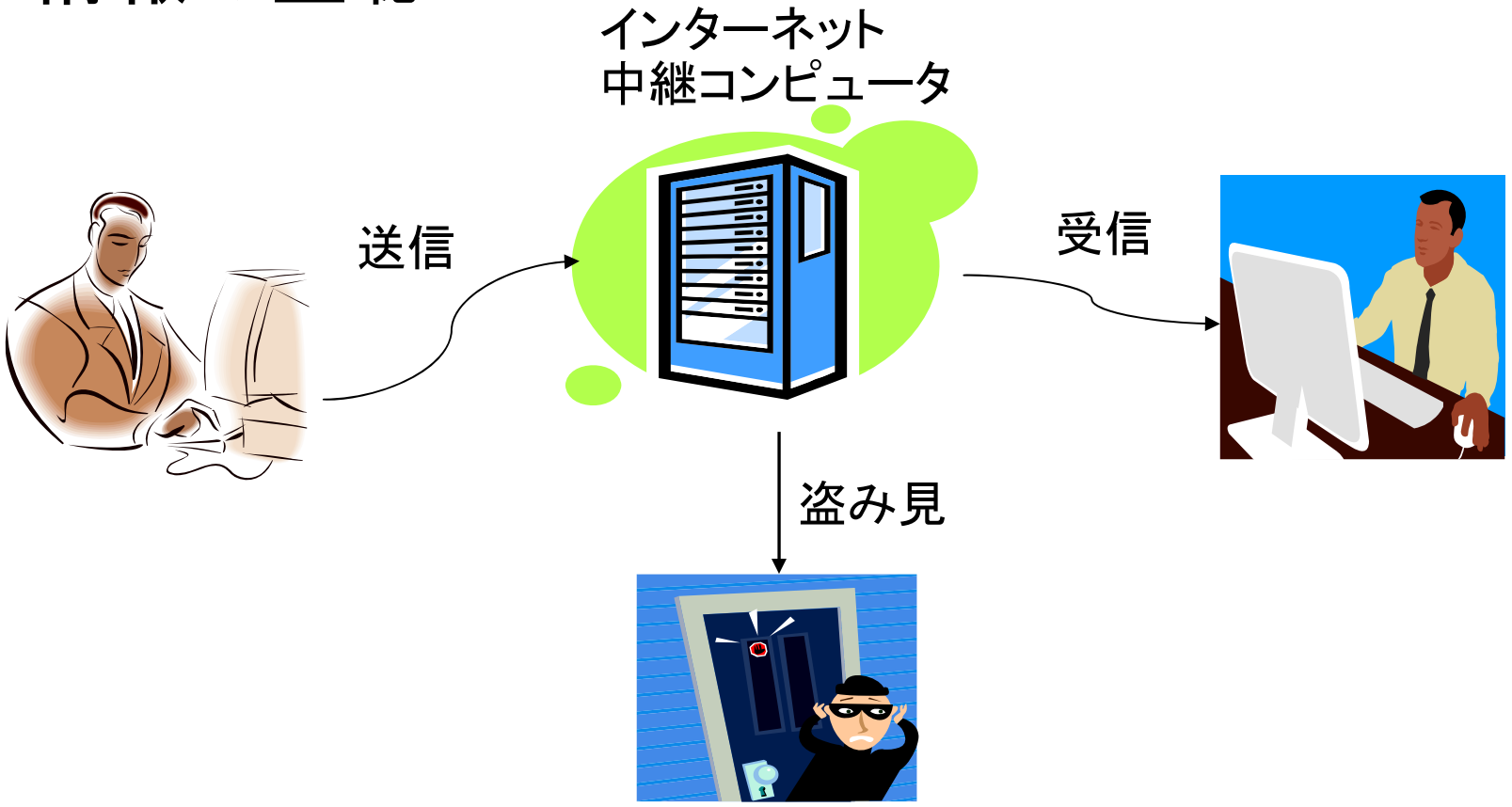
1.2 流れ解析の例(2/2)



角柱の周りの流れ解析：カルマン渦の発生原因

2. インターネットでの情報伝達

情報の盗聴



3. 情報を安全に送るには何が必要か

(1) 盗み見の防止は不可能

インターネットで情報を送る限りは、情報の盗み見を完全に防ぐことは不可能

(2) 読むことができないようにする

情報を「暗号化」して送信する。

送信者：情報を暗号化する。

受信者：復号化して情報に復元する。

4. 使用されている暗号を調べる

(1) 暗号化されたWeb

http : 暗号化されていないWeb

https : 暗号化されたWeb (s: security)

(2) 使用されている暗号を調べる

httpsのWebページを右クリック → プロパティ

(a) 接続: SSL 3.0、RC4/128 ビット暗号 (高); RSA / 1024 ビット交換

(b) 接続: TLS 1.0、AES/128 ビット暗号 (高); RSA / 1024 ビット交換

4.1 暗号化通信システム

(1) SSL (Security Session Layer)

SSL は、Netscape 社によって開発された通信路を暗号化する仕組み。

プライバシーに関わる情報やクレジットカード番号、企業秘密などを安全に送受信することができる。

RSA暗号で鍵を送付し、データ自体は共通鍵暗号で暗号化して送信する、ハイブリッド方式

(2) TLC (Transport Layer Security)

SSLを標準化団体IETFで標準化したもの

5. 共通鍵暗号と公開鍵暗号

(1) 共通鍵暗号

暗号化と復号化で共通の鍵を使用

利点: 高速に処理できる

欠点: 鍵の送信が必要である

(2) 公開鍵暗号

暗号化した鍵では復号化できない

利点: 鍵の送信が不要(公開鍵で暗号化)

欠点: 共通鍵暗号に比べ処理が遅い

5.1 共通鍵暗号

(1) 紀元前50年にシーザーが使用

英字を指定数ずらす。(a,b,c,.. → d,e,f,..)

(2) 暗号化処理

ビットの転置、シフト、加算(桁上げなし)の 組み合わせ。暗号化強度はビット数に依存。

(3) 代表的な暗号

(a) DES（Data Encryption Standard）： 1977年に米国標準

(b) AES (Advanced Encryption Standard)：2002年DESの後継

(c) RC4： RSA暗号を開発したR.L.Rivestの開発した暗号

5.2 公開鍵暗号

(1) 1976年に公開鍵暗号を発表

共通鍵暗号の鍵の「配送問題」を解決する手段として開発。暗号化と復号化に別の鍵を用いる。

(2) 1978年にRSA暗号を発表

R.L.Rivest, A.Shamir, L.M.Adlemanの3名が開発したのでRSA暗号と言われる。

多数桁の因数分解の困難性を利用した暗号方式。

現在の公開鍵暗号は全てRSA/1024である。

6. RSAの仕組み

RSA暗号鍵の作成

(1) 素数p, qを選ぶ。

(2) $n = p \times q$及び$f = (p-1) \times (q-1)$を計算

(3) 素数eを選ぶ。

(4) $d = 1/e \bmod(f)$となるdを計算する。

(e,n)が公開暗号化鍵、(d,n)が復号鍵となる。

6.1 暗号化と復号化

RSA暗号化

(1) 文をn以下の数Mに変換（公開方法)

(2) $C=M^e \bmod(n)$で暗号Cを作成

RSA復号化

(1) $M=C^d \bmod(n)$で元の数Mに復号

(2) 数Mを文に変換（公開方法)

6.2 復号化の数学理論

$n=p \times q$とMが互に素なら $M^{(p-1)(q-1)}=1 \bmod(n)$

なるオイラーの定理を使用

$$C^d \bmod(n) = (M^e)^d \bmod(n) = M^{\alpha f+1} \bmod(n)$$
$$= (M^{(p-1)(q-1)})^{\alpha} \times M \bmod(n)$$
$$= M \bmod(n) = M$$

$ed = 1 \bmod(f)$で $ed = \alpha f+1$ (α は整数)を利用

6.3 RSA暗号変換例

(1) 鍵とメッセージ

公開暗号鍵：e=43291、n=130733

秘密復号鍵：d=105691

メッセージ: YES <==> M = 16836

(2) 暗号化

$C = M^e = 16836^{43291} = 73724 \bmod 130733$

(3) 復号化

$M = C^d = 73724^{105691} = 16836 \bmod 130733$

6.4 RSAの鍵の作成例

(1) 素数p,qを選びn,fを計算

p=239, q=547 ： 選定

n=p×q=130733, f=(p-1)×(q-1)=129948

(2) 暗号鍵(素数,e<f)を選定

e = 43291 , (e,n) = (43291,130733)を公開

(3) 復号鍵(秘密鍵,d)の計算

d =1/e = 1/43291= 105691 mod f

この計算はユークリッド互除法で計算する

7. RSA暗号の強度と暗号解読法

(1) RSA暗号の強度(1024ビット(10進309桁))

RSA暗号の強度(解読の困難さ)は多数桁の因数分解の困難さに依存している。

(2) 多数桁因数分解の世界記録

(a) 1996年　RSA-130(10進130桁)を因数分解

(b) 1999年　RSA-155(10進155桁)を因数分解

(c) 2005年　RSA-200(10進200桁)を因数分解

(d) 現在　RSA-704(10進212桁)がまだ未解読

7.1 因数分解の方法

(1) 篩(ふるい、Sieve)系解法
計算量は合成数の桁数に依存
RSA暗号の解読に都合が良い
MPQS、GNFSが代表的解法

(2) 楕円曲線法(Elliptic Curve Method,ECM)
計算量は小さい因数の桁数に依存
RSA暗号の解読には不向き

7.2 篩(ふるい)法

(1) $A^2-B^2=(A-B)(A+B)\equiv 0 \pmod N$の関係を使用し、Nを因数分解

(2) $A_1^{l1}\cdot A_2^{l2}\cdots A_k^{lk}\equiv B_1^{m1}\cdot B_2^{m2}\cdots B_j^{mj} \pmod N$ なる関係を基底の数より多く集める

(3) 0-1行列を計算し、両辺が平方になるもの(従属関係)のデータを探す

(4) MPQS,GNFS等が代表的なふるい法

7.3 代表的なふるい法

(1) QS(Quadratic Sieve、2次ふるい法)
MPQS(Multiple Polynomial QS,
複数多項式2次ふるい法)が代表的解法

(2) GNFS(General Number Fileld Sieve、
一般数体ふるい法)。現在、100桁程度
以上で最も高速な解法と言われている。

(3) MBPS(Multiple Base Polynomial Sieve、
多重基底多項式ふるい法、考案解法)

7.4 QS(2次ふるい法)

1. MPQSの概要

QS: $f(x) = x^2 - n$: nは分解対象数

MPQS: $F(x)=(ax+b)^2 - n$, $f(x)=F(x)/a$

a,bの選び方により多数のf(x)が得られる

2. MPQSの種類

(1) MPQS (Multiple Polynomial QS)

複数のa,bをある関係式より求める

(2) SIQS (Self-Initialization QS)

$b^2 - n \equiv 0 \pmod a$なる関係からa,bを作成

7.5 GNFS(一般数体ふるい法)

(1) $f(x)=Ax^3+Bx^2+Cx+D$; d次多項式

$f(M)\equiv 0 \pmod n$, n ; 分解対象数

(2) a_k, b_kは下記を共に満たす整数

$$\prod(a_k+b_k\cdot M) = (\prod p_j^{sj}) \equiv \alpha^2 \pmod n$$

$$\prod(a_k+b_k\cdot x) \equiv Q(x) \equiv q(x)^2 \pmod{f(x)}$$

$q(M) \equiv \beta \pmod n$, p_jは素数

(3) $\alpha^2 \equiv \beta^2 \pmod n$ → nを因数分解

7.6 2次多項式によるMBPS

(1) N: 分解対象の合成数 (DBPS:(1),(2),(3))

$f(x) = Ax^2 + Bx + C,\ \ f(M) \equiv 0 \pmod N$

(2) 篩に利用する関数 ($A_1A_2=A$)

$g(x) = (A_1x+a)(A_2x+b) - f(x) = G(sx+t)$

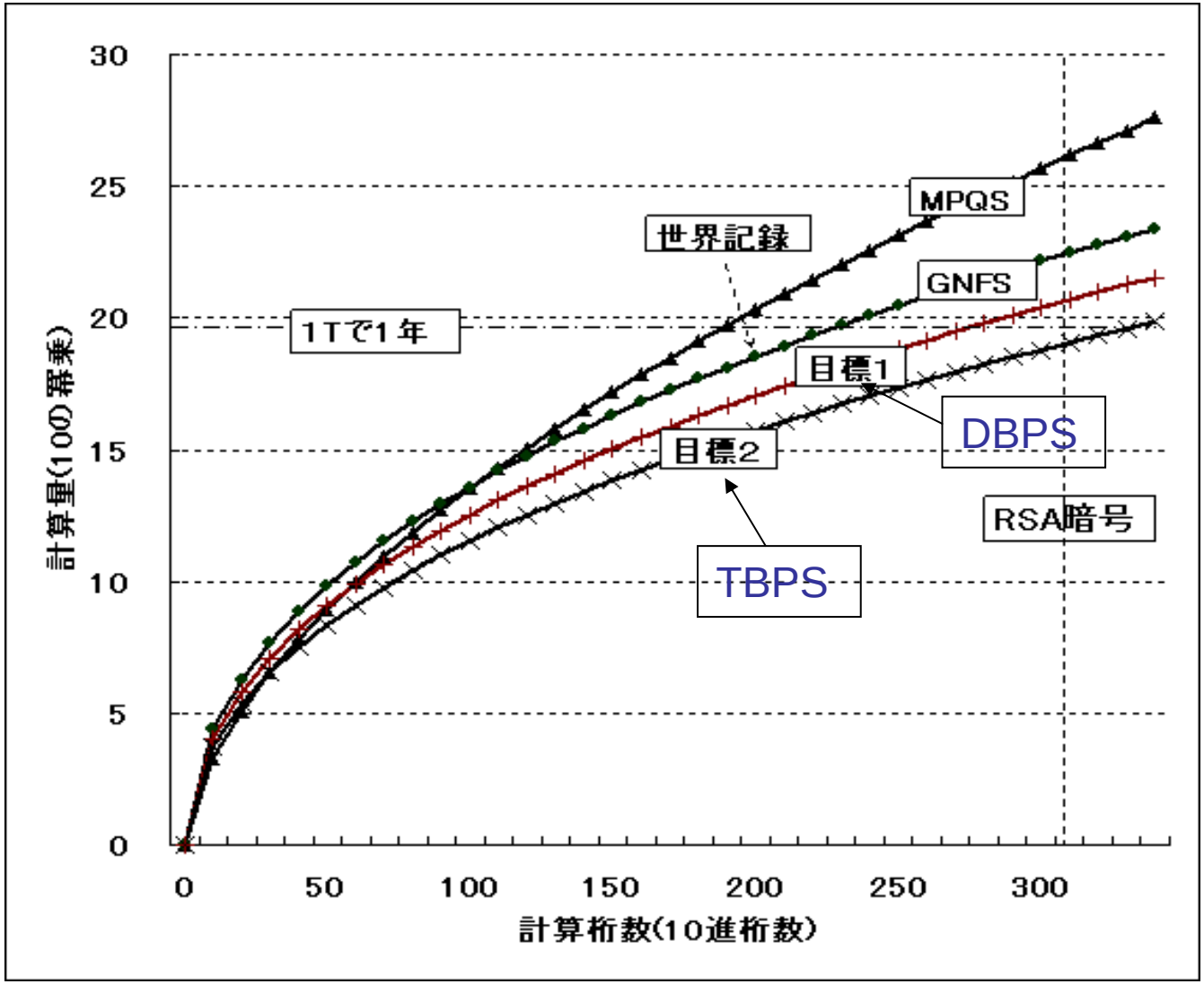
$Gs = A_1b+A_2a - B,\ \ Gt = ab - C$

$(A_1M+a)(A_2M+b) \equiv G(sM+t) \pmod N$

(3) 素数基底と1次式でふるいを実施

(4) f(θ)でのGNFSと結合したふるい (TBPS)

7.7 因数分解の計算量推定



7.8 研究室の目標

(1) 2年後の目標
  (a) RSA-768(10進232桁)の解読
  (b) 計算法: DBPS(2重基底多項式ふるい法)
    → プログラム作成中
(2) 5年後の目標
  (a) RSA-1024(10進309桁)の解読
  (b) 計算法: TBPS(3重基底多項式ふるい法)
    → TBPSの問題点(自明解増大)の対策が必要